

ネット公売の収入最大化*

小 平 裕

1. はじめに

国（中央政府）も都道府県，市町村（地方政府）も，「公売」という形で，租税滞納処分の一部として行われる財産換価処分や民事執行法上の競売など，法律の規定に基づき強制的な売買を行ってきた。しかし，これまでの公売の対象は不動産が大半であり，それと自動車が残りを占めていた。その理由として，不動産には公示価格（国土交通省），路線価（国税庁），固定資産税評価額（市区町村）などの評価の目安があること，また自動車には中古車市場が確立されており，取引も活発に行われていることなど，これらの財については売り手，潜在的買い手の双方を通じて相場観が共有されていることが挙げられる。それに対して，自動車以外の動産の場合には，相場観が共有されていないことに加えて，公売への参加者が少なく，競りが成立しないか，成立しても低額で取引されてしまう場合が多いことも，公売の対象とならなかったことの理由であろう。

しかし，2004年7月に東京都主税局が動産について，Yahoo!オークションを利用したインターネット公売を始めた。これを皮切りとして，インターネット公売を利用する動きは他の地方政府にも広まり，2007年度からは国税庁も利用し始めた。このような広がり背景には，税収減少と地方交付税等の国から地方への移転縮小（地方政府の場合）による収入減少を補いたいと考える国や地方自治体の意向があり，日頃から個人間で多くの取引が行われているネッ

* 本稿は，日本財政学会第68回大会（2011年）における報告を加筆・修正し，改題したものである。予定討論者の高橋晴天先生（明治学院大学）よりいただいた有益なコメントを，全て反映することはできなかったが，ありがたく感謝している。残る誤りは全て筆者の責任である。なお，成城大学特別研究助成を受けた研究成果に基づいている。

トオークションでは、動産を対象としても多数の参加者が望めるという事実がある。また、内閣府の行政刷新会議において、中央省庁によるインターネット公有財産売却が検討されたことも、このような動きを加速化している。

最近の例では、東京都主税局が2011年5月に行ったインターネット公売（表1参照）で、都税滞納者の差し押さえ物件である自動車「フェラーリ カリフォルニア」が、過去最高の2,280万1,000円で落札されて話題になった。この落札価額は見積価額¹⁾1,330万円の1.71倍（申込者数111人、入札者数21人）であった。対見積比でいうと、同じインターネット公売に出された「メルセデスベンツ 280 S」の11.73倍（見積価額17万5,000円に対して落札額205万2,000円、申込者数162人、入札者数25人）が最も高かった。5月6日午後1時から8日午後11時まで58時間にわたって開催されたこの公売には、申込者数572人と多くの参加があり、競りにかけられた自動車6台は全てかなりの高値（見積価額の1.6倍以上）で売却された。

しかし、全てのインターネット公売がこのように高く売却することに成功し

表1：東京都インターネット公売（自動車）の結果

	最高申込価額 （落札額） （円）	見積価額 （円）	申込者数 （人）	入札者数 （人）	対見積比 （倍）
フェラーリ カリフォルニア	22,801,000	13,300,000	111	21	1.71
メルセデスベンツ 280 S	2,052,000	175,000	162	25	11.73
メルセデスベンツ G500	4,702,000	2,880,000	119	18	1.63
メルセデスベンツ C250	3,051,000	1,820,000	106	24	1.68
メルセデスベンツ S500	1,206,000	615,000	20	7	1.96
ニッサン キャラバン	1,582,100	689,000	54	13	2.30

（出典）東京都主税局徴収部機動整理課

（期間）2011年5月6日午後1時から同月8日午後1時まで

1) 公売財産の売却価額の最低額。著しく低廉な価額による公売を防止し、適正な価額による売却を保障するために設けられる。本稿では留保価格と呼ぶ。

ているわけではない。佐世保市財務部納税課によるインターネット公売（表2参照）では、フィギュア、美術品などの趣味性の高い財の場合には、1回目の公売には入札がなく、最終的に売却にこぎつけるまでに、2回、3回と見積価額を引き下げて繰り返し出品されている様子が分かる。

差し押さえ物件のように価値ある財（例えば、巨匠の絵画あるいは宝飾品）を換金したいと考えている売り手を想定しよう。自分の評価を明確に知っているが、できるだけ高い価格で売却することを望む売り手は、どのような売却方法を採用すれば良いのだろうか？

もし売り手が売却対象の財について、自分の評価だけではなく潜在的買い手達と彼らの評価も知っているなら、売り手が採るべき売却方法は簡単である。売り手は最高評価に等しい交渉の余地のない take-it-or-leave-it 価格を付け、相応しい顧客がやってきてその財を求めるのを待つだけで良い。しかし、潜在的買い手の評価は私的情報であり、売り手は潜在的買い手達の評価については推測するしかない。したがって、売り手はこのような不完備情報の下でさえも十分な成果を上げる売却方式を工夫しなければならない。

本稿では、そのような売却方式として、留保価格付き競りを提案する。競りは、(1) どの買い手にその財を配分するかと、(2) 買い手達はどれだけ支払わなければならないかを特定する1組の規則により規定される。競りは、売り手がその財に関する潜在的買い手の評価を知らない場合に、売却を素早く決定で

表2：佐世保市インターネット公売の結果

	見 積 価 額 の 推 移			落札価額	入札者数
	(1)	(2)	(3)		
ヨーダ 等身大フィギュア	240,000 (2007年7月)	120,000 (2007年11月)	30,000 (2008年5月)	100,001	5件
TATOOINE SKIFF フィギュア	3,000 (2007年7月)	500 (2007年11月)		500	1件
三川内焼 花瓶	189,000 (2009年5月)	94,500 (2009年7月)	21,000 (2010年4月)	26,000	2件
三川内焼 飾皿	294,000 (2009年5月)	147,000 (2009年7月)	66,000 (2010年4月)	71,000	3件
三川内焼 壺	385,000 (2009年5月)	192,500 (2009年7月)		192,500	1件

(注) 三川内焼は、いずれも、長崎県無形文化財 第14代玉泉 福本正則作
(出典) 佐世保市財務部納税課

きる、買い手達の評価に関する情報を明らかにできる、売り手と買い手の間の不誠実な取引を防止できる等の理由から、古くからさまざまな場面で利用されてきた売却方式である²⁾。本稿では、このような状況を不完備情報の下における非協力ゲームとして定式化して、売却収入の最大化のためにどのような仕組みが必要か検討し、最後に留保価格の役割を調べる。

2. 不完備情報と売り手の行動

本節では、以下の状況を想定して問題を設定する。分割不可能な私的財 1 単位を売却しようとしている 1 人の売り手と、 $1, \dots, n$ と番号付けられた n 人 (ただし、 n は有限の整数) の潜在的買い手 (競りの設定では、入札者になる) がいる。潜在的買い手の集合を、 $N = \{1, \dots, n\}$ と表す。売り手の問題は、買い手達によるその財の評価を知らずに、その財をできるだけ高い価格で売却することである。

ここで、買い手 i がその財に関して現在自分が持つ情報の下で、その財に対して支払っても良いと考える最大値 v_i (以下では、評価と呼ぶ) は、買い手 i の私的情報であり、売り手も i 以外の買い手達も知らない。このような情報の不完備性を、以下のように定式化する。

売り手は、買い手 i の私的情報である買い手 i の評価 v_i を、有限区間の上の連続確率分布

$$(2.1) \quad f_i : [\underline{v}_i, \bar{v}_i] \rightarrow [0, 1]$$

により記述される確率変数としてとらえる。ただし、 \underline{v}_i は買い手 i の評価の最小値、 \bar{v}_i は最大値であり、 $-\infty < \underline{v}_i < \bar{v}_i < +\infty$ を満たす。このとき、買

2) 奇抜な競りといえば、ローマ皇帝位をかけて行われた競りがある。皇帝親衛隊が厳格で質素な施政で不人気だったベルティナクス皇帝を 193 年 3 月 28 日に暗殺した後、自分達により多くの臨時ボーナスを出す人間を皇帝にしようと空位になった皇帝位を公開競売にかけた。ゲルマニア司令官、低地ゲルマニア総督、アフリカ総督などを歴任した元老議員ディディウス・ユリアヌスが、3 億セステルス (近衛兵一人当たり 5,000 セステルス) で落札し即位したが、約束した金額を親衛隊に払うことができず、親衛隊からも元老院からも見放され、同年 6 月 1 日にパンノキア総督セプティミウス・セウェルスに斬首された (Trager (1979) 参照)。これは、勝者の呪い winner's curse の一例である。

い手達の評価の可能な全ての組み合わせ $v = (v_1, \dots, v_n)$ の集合 V は,

$$(2.2) \quad V = [\underline{v}_1, \bar{v}_1] \times \cdots \times [\underline{v}_n, \bar{v}_n]$$

により与えられる。また, 確率密度関数 $f_i(\cdot)$ に対応する累積密度関数を $F_i : [\underline{v}_i, \bar{v}_i] \rightarrow [0, 1]$ と表すことにすれば,

$$(2.3) \quad F_i(v_i) = \int_{\underline{v}_i}^{v_i} f_i(s) ds$$

は, 買い手 i の評価が v_i 以下である確率を意味する。

買い手達の評価は統計学的に独立な確率変数であると仮定されるので, 評価プロファイル $v = (v_1, \dots, v_n) \in V$ の結合密度関数 $f(\cdot)$ は,

$$(2.4) \quad f(v) = \prod_{i \in N} f_i(v_i)$$

により与えられる。また, $f(\cdot)$ に対応する累積密度関数を $F(\cdot)$ と表す。

買い手 i は, 自分の私的情報である自分自身の評価 v_i を知っているが, 他の買い手達 $j \neq i$ の評価 v_j を知らない。すなわち, 買い手 i にとり, v_i は確率変数ではなく確定値であるが, $v_j, j \neq i$ は確率変数と見なされる。よって, 買い手 i は自分以外の買い手達の評価プロファイル $v_{-i} = (v_1, \dots, v_{i-1}, v_{i+1}, \dots, v_n) \in V_{-i}$ の結合密度関数を,

$$(2.5) \quad f_{-i}(v_{-i}) = \prod_{j \in N, j \neq i} f_j(v_j)$$

であると評価する。ただし, V_{-i} は買い手 i 以外の買い手達の持つ評価の集合であり,

$$(2.6) \quad V_{-i} = [\underline{v}_1, \bar{v}_1] \times \cdots \times [\underline{v}_{i-1}, \bar{v}_{i-1}] \times [\underline{v}_{i+1}, \bar{v}_{i+1}] \times \cdots \times [\underline{v}_n, \bar{v}_n]$$

により与えられる。

売り手の財に対する評価を v_0 と表そう。この評価は売り手の私的情報ではなく, v_0 は全ての買い手達に知られていると仮定する。もし潜在的買い手全員の評価が v_0 を下回れば, 売り手はその財の売却先を見付けることができず, 自分の手許に残すことになる。

このように非完備情報を表すとき, 分割不可能な私的財 1 単位を換金したいと考えている売り手を想定しよう。不完備情報の制約があるとしても, 売り手

は自分の評価 v_0 以上の交渉の余地のない価格 r を付けて、その財について r 以上の評価を持ち、購入する意思のある買い手を待つこともできる。この場合には、売り手の価格付け問題は、数量を販売確率に置き換えた Cournot 独占価格付け問題に帰着する。

少なくとも 1 人の買い手の評価が交渉の余地のない価格 r を上回る確率は、(2.3) を考慮すれば、 $1 - F(r)$ により与えられるから、売り手の解くべき問題は、

$$(2.7) \quad \max_r (r - v_0)(1 - F(r))$$

と表すことができる。最大化の 1 階の条件より、最適価格 r^* は限界収入 $r - \frac{1 - F(r)}{f(r)}$ と限界費用 v_0 の均等という周知の条件で特徴付けられる。

このような交渉の余地のない価格付けは、1 つの方法である。しかし、売り手の期待収入を必ずしも最大化しないという意味で、これは最適ではない。一般的には、売り手はインターネット公売もその一形態である競りを利用することにより、不完備情報の制約にもっと上手く対処することができる。

しかし、あらゆる競りの中で、どの競りが売り手の期待利得を最大にするという意味で最適であるのかという質問には、2 つの理由で答えるのは難しい。第 1 に、考え得る競り規則は無数にある³⁾ので、この問題は手に負えないように思われるからである。第 2 に、しかし全ての競りについて収入等価定理 (Vick-

3) 競りを意味するラテン語 *auctio* は「付け値を上げること」を意味するが、全ての競りが付け値をだんだん引き上げるわけではない。潜在的買い手（入札者）達の中から、その財を獲得する買い手（落札者）が最終的に決定されるまで、価格がどのように改訂されるかにより、(1) 価格が引き上げられていく「競り上げ」型と、(2) 価格が引き下げられる「競り下げ」型（逆競り）の区別がある。次に、入札形式で、(1) 各買い手が他の買い手達に明らかにすることなく、自分の入札を同時に提出する「封印」型と、(2) 各買い手は他の買い手達の入札の様子を観察することができ、その上で反対申込み *counteroffer* も可能である「公開」型の区別がある。封印型では、買い手達は競合する買い手が何人参加しているか知らないことさえもある。また、落札者の決め方として、最も高い入札をした買い手を落札者に決定する（上位落札性）のが一般的であるが、それ以外の決め方もある。最後に、落札者、したがって財の配分が決定した後、潜在的買い手達の中で誰がどれだけ支払うかにより、落札者が自分の入札額に等しい金額を支払う「第 1 価格」、2 番目に高い入札額に等しい金額を支払う「第 2 価格」、一般的に k 番目に高い入札額に等しい金額を支払う「第 k 価格」の競りがある。さらに、落札者だけではなく、買い手全員が自分の入札額に等しい金額を支払う「全員支払い競り（慈善競り）」や、買い手全員が参加料を徴収される競りなどもある。インターネット公売は「公開型第 1 価格競り上げ競り」に分類される。

rey (1961) (1962))⁴⁾ が成立することが知られているので、何が問題になるのかと反駁されるかも知れない。

最適競りの問題は、Riley and Samuelson (1981)と Myerson (1981) により分析が始められた。後者は以下の点で前者よりも一般的であると考えられるので、本稿では Myerson に基づき検討を進める。

- (1) Riley and Samuelson が収入等価関係の簡単な特徴付けから出発して、次に最適競り問題を最小価格の最適選択に帰着させるのに対して、Myerson は機構設計問題として最適競りを取り上げるという分析方法の違いがある。
- (2) Riley and Samuelson は最も高く入札した買い手にその財が与えられると仮定しているのに対して、Myerson はこの配分規則の限界を示している。
- (3) Riley and Samuelson は全ての買い手の評価が同じ分布から引き出される（対称的競り）と仮定するのに対して、Myerson は彼らの評価が異なる分布から引き出される（非対称的競り）ことを認めている。

3. 実行可能な直接顕示競り

買い手 $i \in N$ の評価 v_i と密度関数 f_i が上のように与えられたとき、売り手の問題は自分自身の期待利得を最大にする競りを選択することである。私たちはここで、自分達の評価を正直に報告するように潜在的買い手達を誘導する「直接顕示競り」⁵⁾ に注目する。その理由は、顕示原理 (Myerson (1981)) が「あらゆる競りの任意の均衡について、同じ落札確率と期待支払いを持つ同値な直接顕示競り、すなわち誘因両立的な直接競りが存在する」ことを主張しているからである。つまり、もしある直接顕示競りが最適であれば、顕示原理により、その競りはあらゆる種類の競りの中でも最適な競りであることが保証されることになる、したがって分析範囲を直接顕示競りに限定しても、一般性は失われない。顕示原理の主要な貢献は、解それ自体を示すことではなく、遂行問題の分析における強力な道具を提供することであり、顕示原理のお陰で、手に負えないと思われた問題を扱い易く変えることができる。その意味で、顕示原理は便

4) 同じ財配分を実現する競りはどれも、売り手に等しい期待収入を与えることを主張する。

幾何的な説明については、Bulow and Roberts (1989) 参照。

5) この名称は、Dasgupta, Hammond, and Maskin (1979) による。

利な解法手順の理論的裏付けと見なすことができる。本節では、直接顕示競りでは評価の正直な報告が均衡となることを示す。

直接競りでは、買い手達は売り手に同時かつ内密に自分達の評価 v_i を売り手に報告する。次に、売り手は報告された評価プロファイル $v = (v_1, \dots, v_n) \in V$ の関数として、(1) どの買い手がその財を獲得するかと、(2) 各買い手が幾ら支払わなければならないかを決定する。ここで、売り手と買い手達は危険中立的であり⁶⁾、財と貨幣に関して加法分離的な効用関数を持つと仮定する⁷⁾。

報告された評価プロファイルが v であるときに、買い手 i が財を獲得する確率を $X_i(v)$ と表し、買い手 i がその財を獲得することを $X_i(v) = 1$ 、獲得しないことを $X_i(v) = 0$ で示そう。競りの対象となる私的財は分割不可能であり、1単位しかないので、 $X_i(v)$ の値は0または1である。また、買い手 i が売り手に支払わなければならない期待金額を $P_i(v)$ と表そう⁸⁾。このとき、直接競りは、関数 $X: V \rightarrow \{0, 1\}^n$ と $P: V \rightarrow \mathbb{R}^n$ の対 (X, P) により規定される。

この競りにおいて、買い手 i の評価が v_i であるときに、売り手が得る期待利得は、

$$(3.1) \quad U_0(X, P) = \int_V \left(v_0 \left\{ 1 - \sum_{i \in N} X_i(s) \right\} + \sum_{i \in N} P_i(s) \right) f(s) ds$$

と表される。ただし、 $ds = ds_1 \cdots ds_n$ である。同様に、買い手 i が直接競り (X, P) から得る期待利得は、

$$(3.2) \quad U_i(X, P, v_i) = \int_{V_{-i}} (v_i X_i(v_i, s_{-i}) - P_i(v_i, s_{-i})) f_{-i}(s_{-i}) ds_{-i}$$

により与えられる。ただし、 $ds_{-i} = ds_1 \cdots ds_{i-1} ds_{i+1} \cdots ds_n$ である。

この直接競り (X, P) が実行可能であるためには、以下の3種類の制約を満たさなければならない。第1に、その財が競りを通じて売却されず、売り手の手許に残される可能性を考慮すると、財の配分規則 X は条件

6) 買い手達が危険回避的である場合と、あわせて売り手も危険回避的である場合の分析については、Maskin and Riley (1984) 参照。

7) 加法分離性の仮定の下では、財の配分と支払いを規定する規則は別々に特定される。

8) たとえ財を獲得しなくても、買い手 i は売り手に支払いをしなければならない可能性がある。

$$(3.3) \quad X_i(v) \geq 0 \quad \forall i \in N \quad \forall v \in V$$

$$\sum_{i \in N} X_i(v) \leq 1 \quad \forall v \in V$$

を満たさなければならない。

第2に、潜在的買い手には競りに参加しない自由があり、売り手は潜在的買い手に競りへの参加を強制することはできない。もしある潜在的買い手はその競りに参加しないならば、その買い手がその財を獲得する可能性はなくなる。このときの利得を0とすれば、買い手 i がその競りに参加することを保証する個別合理性条件は、

$$(3.4) \quad U_i(X, P, v_i) \geq 0 \quad \forall i \in N \quad \forall v_i \in [\underline{v}_i, \bar{v}_i]$$

により与えられる。

第3に、虚偽の評価を報告することにより、真の評価を報告するよりも利得が高まると期待されるならば、買い手には売り手に虚偽の評価を報告する誘因があり、売り手はその可能性を排除できない。真の評価が v_i であるときに、買い手 i が自分の評価を t_i と偽ることから得られる買い手 i の期待利得は、

$$(3.5) \quad \int_{V_{-i}} (v_i X_i(t_i, s_{-i}) - P_i(t_i, s_{-i})) f_{-i}(s_{-i}) ds_{-i}$$

と表される。ただし、 $(t_i, s_{-i}) = (s_1, \dots, s_{i-1}, t_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$ である。しかし、どの買い手も虚偽の評価を報告しない場合に限り、正直に報告される評価が直接競りの Bayesian Nash 均衡を形成する。そして、このことが直接顕示競りの利用を可能にすることから、以下の分析においては直接競り (X, P) は真の評価が報告されることを保証する条件を必要とする。つまり、どの買い手も自分の評価について虚偽の報告する誘因を持たないことを保証する誘因両立性条件

$$(3.6) \quad U_i(X, P, v_i) \geq \int_{V_{-i}} (v_i X_i(t_i, s_{-i}) - P_i(t_i, s_{-i})) f_{-i}(s_{-i}) ds_{-i} \\ \forall i \in N, \forall v_i, t_i \in [\underline{v}_i, \bar{v}_i]$$

が満たされなければならない。

(3.6) を満たす直接競り (X, P) は、直接顕示競りと呼ばれる。また、(3.6) に加えて、(3.3) - (3.4) も満たされる場合そしてその場合に限り、直接競りは実行

可能であるという。つまり、実行可能な直接競りは、直接顕示競りである。

売り手が財を X にしたが買い手に配分し、支払いを P にしたが買い手達に求める競りにおいて、(3.3) - (3.4)、(3.6) が満たされる場合そしてその場合に限り、その買い手達は全員、自分達の評価を正直に報告しようとし、直接競りを遂行することができる。

4. 売り手の期待利得最大化

顕示原理により、最適競りの探索範囲を正直な報告が均衡を形成する直接競り、すなわち直接顕示競りに限定することができることから、前節では、 n 人の潜在的買い手の (正直なあるいは虚偽の) 評価プロファイル $v = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in V$ に対して、財の配分規則 $X(v)$ と支払い規則 $P(v)$ により記述される直接競り (X, P) を取り上げて、その実行可能性条件 (3.3) - (3.4)、(3.6) を明らかにした。

ここで、各 $i \in N$ に対して、当該財が買い手 i に与えられる条件付き期待配分確率

$$(4.1) \quad x_i(t_i) = \int_{v_{-i} \in V_{-i}} X_i(t_i, v_{-i}) \prod_{j \neq i} f(v_j) dv_{-i}$$

と、買い手 i から売り手への条件付き期待支払い

$$(4.2) \quad p_i(t_i) = \int_{v_{-i} \in V_{-i}} P_i(t_i, v_{-i}) \prod_{j \neq i} f(v_j) dv_{-i}$$

を定義すると、買い手 i が評価を正直に報告する条件は、

$$(4.3) \quad v_i \in \arg \max_{t_i \in [\underline{v}_i, \bar{v}_i]} v_i x_i(t_i) - p_i(t_i)$$

と表すことができる。

しかし、これは (4.3) の 1 階の条件

$$(4.4) \quad v_i \frac{dx_i(v_i)}{dv_i} - \frac{dp_i(v_i)}{dv_i} = 0$$

が、全ての v_i に対して成立することを要求する。(4.4) を v_i の微分方程式として解を求めると、境界条件 $p_i(\underline{v}_i) \geq 0$ の下で、

$$(4.5) \quad p_i(v_i) = \int_{\underline{v}_i}^{v_i} s \frac{dx_i(s)}{ds} ds + p_i(\underline{v}_i)$$

が得られるが、これは直接顕示競りにおける $x_i(\cdot)$ と $p_i(\cdot)$ の関係を明らかにする。すなわち、 $p_i(\underline{v}_i)$ が特定されれば、買い手 i がその財を獲得する財配分確率 $x_i(\cdot)$ は、期待支払い $p_i(\cdot)$ により一意に決定されることを示している。また、(4.5) より得られる

$$(4.6) \quad v_i x_i(v_i) - p_i(v_i) = \int_{\underline{v}_i}^{v_i} x_i(s) ds$$

の左辺は買い手 i が獲得する期待準地代と解釈されるが、右辺はこの期待準地代が買い手 i の評価 v_i に関して増加的であることを示している。

ここで、売り手の期待収入 $\sum_{i=1}^n E[p_i(v_i)]$ は、(4.6) を使うと、

$$(4.7) \quad \begin{aligned} E[p_i(v_i)] &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} p_i(v_i) f(v_i) dv_i \\ &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \left[v_i x_i(v_i) - \int_{\underline{v}_i}^{v_i} x_i(s) ds \right] f(v_i) dv_i \\ &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} v_i x_i(v_i) f(v_i) dv_i - \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \int_{\underline{v}_i}^{v_i} x_i(s) f(v_i) ds dv_i \end{aligned}$$

と書き換えられる⁹⁾。上式の右辺第2項は、

$$(4.8) \quad \begin{aligned} \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \int_{\underline{v}_i}^{v_i} x_i(s) f(v_i) ds dv_i &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \int_{v_i}^{\bar{v}_i} x_i(s) f(v_i) dv_i ds \\ &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \int_{v_i}^{\bar{v}_i} x_i(s) f(v_i) ds dv_i \end{aligned}$$

と変形されるから、(4.7)はさらに、

9) (4.7) から (4.9) への導出は、Burguet (2000) による。

$$\begin{aligned}
 E[p_i(v_i)] &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \left[v_i x_i(v_i) f(v_i) - \int_{v_i}^{\bar{v}_i} x_i(v_i) f(s) ds \right] dv_i \\
 (4.9) \quad &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \left[v_i - \frac{1}{f(v_i)} \int_{v_i}^{\bar{v}_i} f(s) ds \right] x_i(v_i) f(v_i) dv_i \\
 &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \left[v_i - \frac{1 - F(v_i)}{f(v_i)} \right] x_i(v_i) f(v_i) dv_i
 \end{aligned}$$

と書き換えることができる。ここで、上式の右辺の [] の部分を、

$$(4.10) \quad \eta(v_i) \equiv v_i - \frac{1 - F(v_i)}{f(v_i)}$$

とおけば、これは買い手 i の実際の評価が v_i であるときの買い手 i の「実質的評価」あるいは「優先順位」(Myerson (1981)) を表している。勿論、実質的評価 $\eta(v_i)$ は評価 v_i よりも常に小さい。また、 $\eta(v_i)$ は v_i に関して単調増加的であると仮定する¹⁰⁾。不完備情報の下での Cournot 独占価格付けの問題 (2.7) に戻って考えると、 $\eta(v_i)$ は、交渉の余地のない価格 r が v_i であるときに、その財を買い手 i に与えることから得られる限界収入と解釈される。つまり、単調増加性の仮定は販売確率に関する限界収入逓減を意味する。

(4.2) と (4.9) - (4.10) を使うと、期待収入は

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n E[p_i(v_i)] &= \sum_{i=1}^n \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \eta(v_i) x_i(v_i) f(v_i) dv_i \\
 (4.11) \quad &= \sum_{i=1}^n \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \eta(v_i) X_i(v) \prod_{j=1}^n f(v_j) dv \\
 &= \int_{\underline{v}_i}^{\bar{v}_i} \left(\sum_{i=1}^n \eta(v_i) X_i(v) \right) \prod_{j=1}^n f(v_j) dv
 \end{aligned}$$

10) (4.10) の第 2 項 $\frac{1 - F_i(v_i)}{f_i(v_i)}$ は、危険率 hazard rate の逆数である。したがって、危険率が

減少的でないときはいつでも $\eta(v_i)$ の単調増加性は満たされる。十分条件は、補分布関数

$\bar{F}(v) = 1 - F(v)$ の対数凹性である (もし $\ln \bar{F}$ が凹であるならば、 \bar{F} は対数凹と呼ばれる)。分布関数 F が、例えば一様分布、正規分布、ロジスティック分布、 χ^2 分布、指数分布、Laplace 分布であれば、この十分条件は成立する。Bagnoli and Bergstrom (1989) 参照。単調性が満たされない場合については、Bulow and Roberts (1989) 参照。

と書き換えられる。

ここで、上式の右辺に注目して、(1) 実質的評価 $\eta(\cdot)$ が非負である買い手が 1 人以上存在する場合には、その財は最大の実質的評価を持つ買い手達の誰か 1 人に与えられる（もしそのような買い手が複数存在するならば、そのなかの誰に財を与えるかは任意に決定される）が、(2) 買い手全員の実質的評価が負である場合には、その財はどの買い手にも売却されず、売り手の手許に残されるような競りを考えよう。

評価プロファイル $v = (v_1, \dots, v_n) \in V$ が与えられたとき、非負の実質的評価を持つ潜在的買い手達の集合を

$$(4.12) \quad A(v) = \{i \in N \mid \eta(v_i) \geq 0\}$$

により、また、 $A(v)$ のなかで、実質的評価が最大である潜在的買い手達の集合を

$$(4.13) \quad A^*(v) = \left\{ i \in N \mid \eta(v_i) \geq \eta(v_j), j \in A(v) \right\}$$

により表すことにすれば、そのような競りは、

$$(4.14) \quad \begin{aligned} \sum_{i \in A^*(v)} X_i(v) &= 1 && A(v) \neq \emptyset \text{ のとき} \\ \sum_{i=1}^n X_i(v) &= 0 && A(v) = \emptyset \text{ のとき} \end{aligned}$$

と特徴付けられる。

(4.11) を考慮すると、(4.14) を満足する競りはどれも明らかに、売り手の期待収入最大化問題の解になるから、そのような競りの仕組みの 1 つとして、売り手が留保価格

$$(4.15) \quad \hat{p} = \min \left\{ v_i \in [v_i, \bar{v}_i] \mid \eta(v_i) \geq 0 \right\}$$

を付け、その \hat{p} を下回る入札はどれも受け入れない競りを考えることができる。このように、第 1 価格競りの枠組みにおいて、非負の実質的評価を引き出す最小の v_i に等しい水準に、留保価格 \hat{p} を設定する競り（以下では、修正第 1 価格競りと呼ぶ）は、最適競りとなることが示された。

この修正第 1 価格競りを Bayesian ゲームとしてとらえると、その均衡戦略

は以下の特徴を持つことが確認される。

- (1) \hat{p} より高い評価 v_i を持つ潜在的買い手達(そして, そのような買い手達だけが, その競りに実際に参加する。
- (2) その競りに実際に参加する買い手 i の入札戦略は, v_i に関して増加的である。
- (3) そのような買い手が少なくとも1人存在するならば, その財は最大の(実際および実質的の両方で)評価を持つ買い手達の1人に与えられる(すなわち, $i \in A^*(v)$)。

したがって, 修正第1価格競り(あるいは, 評価を正直に報告する直接競り)は, 売り手の期待利得を最大にするという意味で, 売り手にとり最適競りであることが保証される。

5. 留意事項

ここで, 留保価格付き競りに関する留意事項をまとめておこう。

- (1) 第4節では第1価格競りを取り上げたが, 実質的评价 $\eta(\cdot)$ は増加関数であるという仮定の下では, 最大の $\eta(v_i) \geq 0$ を持つ買い手に財を割り当てる競りであれば, 売り手はどの競りにおいても均衡において同一の期待利得を得る。このことは, 以下のようにして確認される。

説明のために, 同じ留保価格 (4.15) を持つ第2価格競りを考えよう。この修正第2価格競りでは, 最終的にその財を獲得する買い手(留保価格 \hat{p} 以上の, 最も高い入札を提出する買い手)は, 自分の入札額ではなく, 2番目に高い入札額(あるいは, もしその買い手がその競りに参加するただ1人の買い手であれば, \hat{p})を支払う。(4.14)はこの修正第2価格競りにおいても成立するので, もし同じ留保価格が適用されるならば, 売り手は修正第1価格競りと同じ期待利得を得る。

さらに一般化すれば, 同じ配分形態をもたらす(すなわち, 各評価プロファイル v に対して, その財を同じ確率 $x_i(v)$, $i = 1, 2, \dots, n$ で割り当てる)競りはどれも, 実際の支払いが異なるとしても, 売り手に対して同じ期待利得を与える。ここでも, いわゆる「収入等値定理」が成立する。

- (2) 売り手が何らかの留保価格を用いることは, その売り手がその「市場」

において自分の価格支配力を行使することを意味する。留保価格を利用する目的は、売り手が何らかの（ここでは、情報的な）準地代を買い手達から取り上げることである。そして、不完全競争の分析において良く知られているように、これは効率性費用を発生させる。例えば、評価プロファイル v が、全ての i に対して $0 < v_i < \hat{p}$ であるとき、その財は競りを通じては配分されず売れ残る。このような事態は確率 $\prod_{i \in N} F_i(\hat{p}) > 0$ で生じるが、財が売り手の手許に残されるという配分は明らかに非効率である¹¹⁾。

(3) 留保価格は公表されず、秘密にされることが多い。これを支持する根拠の1つとして、公表されない留保価格の下では、入札者達の中の共謀は行われ難くなると主張される。しかし、留保価格を秘密しても売り手の期待収入が高まることはないことは、次のように説明される。

留保価格 \hat{p} が秘密であるとき、潜在的買い手達はそれを知らない、したがって、買い手達の戦略は留保価格に左右されずに、 \hat{p} から独立に決定される。第1価格競りでは、留保価格 \hat{p} は売り手の評価 v_0 に帰着するから、秘密にしても売り手の期待収入は影響されない。また、第2価格競りでは、留保価格が公表されても秘密にされても、真の評価を報告することが買い手達の弱支配戦略であるので、秘密の留保価格が売り手の期待利得を高めることはない。

6. おわりに

売り手が買い手達の評価に関して不完備情報しか持たない場合でさえも十分な成果を上げる売却方式として、本稿では (4.15) により定義される留保価格 \hat{p} を持つ留保価格付き第1価格競りを提案した。

ここまで、潜在的買い手達の評価の分布について何の制約も課さずに、一般的な枠組みの中で分析を進めてきたために、留保価格 \hat{p} あるいは (4.10) で定義される実質的評価 $\eta(v_i)$ の意味を直観的に理解するのは困難である。理解を助けるために、売り手自身の評価は $v_0 = 0$ であり、潜在的買い手 $i = 1, \dots, n$ の評価 v_i は区間 $[0, 1]$ 上に一様に独立同分布している場合を取り上げよう。

11) Bulow and Roberts (1989) は、最適競りの問題が独占者の価格差別と同値であることを示している。

これは Riley and Samuelson (1981) が取り上げた対称的競りに相当する。

この場合には、各 v_i に対して、 $F(v_i) = v_i$ であるので、留保価格 \hat{p} は $\frac{1}{2}$ に等しいことが容易に求められる。また、第2節の Cournot 独占価格付け問題については、全ての $r \in [0, 1]$ について、 $F(r) = r^n$ であるから、交渉の余地のない価格の最適値 r^* は $r^*(n) = \sqrt[n]{\frac{1}{n+1}}$ となり、売り手の期待利得 \bar{R} は $\bar{R}(n) = r^*(n)(1 - F(r^*(n))) = r^*(n)\frac{n}{n+1}$ と求められる。ここで、 $r^*(n)$ と $\bar{R}(n)$ は共に n に関して厳密に単調増加的であり、Cournot 独占価格は $r^*(1) = \frac{1}{2}$ 、期待収入は $\bar{R}(1) = \frac{1}{4}$ から出発して、 $n \rightarrow \infty$ のときに共に 1 に近づく。つまり、 $n = 1$ のときの Cournot 独占価格 $r^*(1)$ は、この設定における最適競りの留保価格になることが分かる。

最後に、佐世保市の結果(表2)をもう一度見てみよう。佐世保市(売り手)は、ある回の公売に入札がない場合には、留保価格(見積価格)を2分の1に引き下げて再び公売に出品している。売り手が潜在的買い手達の評価の分布について全く情報を持たず、一様分布であると考えている場合には、ある留保価格で競りを行い、全く入札がないときには、潜在的買い手達の評価はその留保価格を僅かに下回る価格を上限とする値域に分布していると考えるのが自然である。このときには、留保価格をその上限の2分の1に改訂して、再び競りにかけることが収入最大化につながる。すなわち、佐世保市は最適な留保価格決定を行っていたと判定される。東京都の公売(表1)のメルセデスベンツ 280 S の 11.73 倍のように対見積比が2を大きく超えることは、期待以上の高額で売却できたと積極的に評価されるかも知れない。しかし、潜在的買い手は自分の評価を超える入札をしないことを考えれば、高い対見積比は留保価格が低過ぎた結果であり、収入最大化の視点からは決して褒められることではない。

(こだいら・ひろし 成城大学経済学部教授)

参考文献

- Bagnoli, M., and T. Bergstrom (1989) "Log-concave probability and its applications," University of Michigan.
- Bulow, Jeremy, and John Roberts (1989) "The simple economics of optimal auctions," *Journal of*

- Political Economy*, 95(5): 1060-1090.
- Burguet, Roberto, (2000) "Auction theory: a guided tour," *Investigaciones Economicas*, 34(1): 3-50.
- Dasgupta, P., Peter Hammond, and Eric S. Maskin (1979) "The implementation of social choice rules," *Review of Economic Studies*, 46: 185-216.
- Maskin, Eric, and John Riley (1984) "Optimal auctions with risk averse buyers," *Econometrica*, 52(6): 1473-1518.
- Myerson, Roger B., (1981) "Optimal auction design," *Mathematics of Operations Research*, 6: 58-63.
- Riley, John G., and William F. Samuelson (1981) "Optimal auctions," *American Economic Review*, 71: 381-392.
- Trager, James, (1979) *The People's Chronology: A Year-by-Year Record of Human Events from Prehistory to the Present*, Holt, Rinehart and Winston (鈴木主税訳 『トピックス&エピソード世界史大年表』 平凡社 , 1985)
- Vickrey, William, (1961) "Counterspeculation, auctions, and sealed tenders," *Journal of Finance*, 16: 8-37.
- Vickrey, William, (1962) "Auctions and bidding games," in O. Morgenstern and A. Tucker eds., *Recent Advances in Game Theory*, Princeton University Press.